第 50 卷 第 3 期：941-951 高电压技术 Vol.50, No.3: 941-951
2024 年 3 月 31 日 High Voltage Engineering March 31, 2024
DOI: 10.13336/j.1003-6520.hve.20231151

基于 Twin Builder 的 110 kV 油浸式变压器 3 维磁场降阶模型及损耗分析

张重远，刘迪程，高成龙，刘云鹏，刘　刚
（华北电力大学电力工程系，保定 071003）

摘　要：为解决 3 维变压器磁场有限元仿真计算效率低的问题，提出基于本征正交分解法的磁场降阶模型与基于二次多项式的损耗响应面模型。以 1 台 110 kV 变压器为算例，首先建立了考虑绕组涡流损耗的变压器磁场仿真模型，通过仿真分析了其在额定工况下的磁场及损耗分布；其次，通过仿真试验设计获取了多组工况下的磁场与损耗数据，在 Twin Builder 中训练得到变压器磁场的各降阶模块；最后，搭建面向数字孪生应用的变压器 3 维磁场降阶模型，实现了变压器磁场损耗的快速计算与云图分布的可视化。与计算单数据相比，仿真结果考虑了涡流效应的绕组损耗在靠近端部时有明显升高，最大值分别出现在高、低压绕组两端，约为绕组中部损耗的 1.3~1.65 倍。基于该磁场结果建立的降阶模型在计算效率方面较全阶模型有显著提升，将实际仿真时间缩短至 0.76 s，可满足数字孪生应用场景下的磁场快速计算需求。

关键词：油浸式变压器；数字孪生；Twin Builder；本征正交分解；响应面法；降阶模型

Three-dimensional Magnetic Field Model Order Reduction and Loss Analysis of 110 kV Oil-immersed Transformer Based on Twin Builder

ZHANG Zhongyuan, LIU Dicheng, GAO Chenglong, LIU Yunpeng, LIU Gang
(Department of Electrical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: To address the issue of low efficiency in finite element simulation of three-dimensional transformer magnetic field, a magnetic field reduction model based on intrinsic orthogonal decomposition method and a loss response surface model based on quadratic polynomial were proposed. A 110 kV transformer was taken as an example, the transformer magnetic field simulation model considering winding eddy current losses was first established, and its magnetic field and loss distribution under rated operating condition were analyzed through simulations. Secondly, the magnetic field and loss data under various operating conditions were obtained through designed-test simulations, and the reduced order modules of transformer magnetic field were obtained through training in Twin Builder. Finally, a three-dimensional magnetic field reduction model for transformers available to digital twin applications was constructed, achieving a rapid calculation of transformer magnetic field losses and visualization of cloud map distribution. Compared with the calculation sheet data, the simulation results show that the winding loss considering eddy current effect will significantly increase near the winding ends, with their maximum values appearing at both ends of the high and low voltage windings, approximately 1.3~1.65 times the loss in the middle of the winding. The reduced order model which is established based on the magnetic field results will reduce the actual simulation time to 0.76 seconds, which can meet the rapid calculation requirements of magnetic fields in digital twin application scenarios and demonstrates its superiority over the full order model.

Key words: oil immersed transformer; digital twin; Twin Builder; proper orthogonal decomposition; response surface method; reduced order model

0　引言

变压器是电力系统中的重要电力设备，保证变压器安全稳定运行是实现供电可靠的关键环节。由于运行中的变压器无法进行现场试验，有必要在变压器设计阶段及投运前对其进行各种情况下的仿真进行分析[1-2]。

变压器磁场及损耗数据的准确获取是分析其温度场和结构力场的前提。例如：在磁-热耦合仿真

基金资助项目：国家重点研发计划 (2021YFB2401700)；河北省“三三三人才工程”(C20231116)。
Project supported by National Key R&D Program of China (2021YFB2401700), Hebei Provincial “3-3-3 Talent Project” (C20231116).

时，首先需要对铁芯和绕组等部件的磁场及损耗进行分析，然后将得到的损耗作为热源对温度场进行求解。为准确获取变压器绕组温度分布，需要在磁-热耦合仿真时将磁场的计算结果通过异构网格数据映射方法获取温度场仿真模型的非均匀热源[3-4]，进一步实现变压器的温度特性分析与结构优化[5-9]。而在磁-力耦合分析时，需先获得绕组的漏磁场再进行绕组的电磁力计算。在对变压器的结构力场进行分析时，需要对绕组导线不同换位结构、布置方式等条件下的漏磁场进行准确分析[10-11]，随后计算对应的电磁力与绕组应力，才能进一步分析绕组的振动变形、线饼位移等故障状况[12-13]。因此，变压器内部空间磁场的准确计算是磁-热和磁-力等多物理场仿真的基础。

目前，在进行实际变压器的磁场仿真时，特别是对于大型变压器，其整体尺寸较大，而硅钢片等薄片结构尺寸相对非常小，仿真整体呈现空间多尺度的特点。采用有限元仿真时，剖分网格和节点数量非常多，相应非线性离散方程组的阶数较高，求解耗时较长，不能快速获得变压器内部的磁场及损耗。针对有限元仿真求解效率低的问题，科研人员提出了一些数值计算方法来提高磁场的计算效率。如 B. Sheikh-Ghalavand、李伟等通过等效磁路法将磁通均匀分布的区域划分为多段形状规则的磁通管，使得铁磁材料非线性问题的解决变得容易；将“场”问题转化为简洁的“路”问题，提高了计算速度[14-15]。徐高红、佟文明等通过等效磁网络法对等效磁路加以改进，建立了等效的磁网络模型，提高了运算精度，但速度较等效磁路法更慢[16-17]。G. Ciuprina、刘畅等基于等效电路模型提取的方法降低了麦克斯韦运算方程的自由度，提高了电磁场的计算效率，但计算时间仍然在分钟级，无法满足实时在线仿真的需求[18-19]。杨帆等提出了基于 Microsoft Azure IoT 与 ANSYS Twin Builder 的变压器多物理场耦合的数字孪生实现方法[20]，该方法利用孪生体的实时仿真结果，可实时掌握变压器铁芯和绕组的温度场分布情况。同时，ANSYS 也在官方案例中给出了基于 Twin Builder 软件的变压器流体-温度场降阶模型的实施过程。由于现有的 Twin Builder 软件虽然具有流体场、温度场和结构力场的降阶与响应面实现功能，但是磁场部分仅具有响应面实现功能，缺少对空间磁场的降阶计算功能。因此，在对磁-热和磁-力耦合问题进行分析时，无法通过空间磁场和局部损耗密度分布来进行精确分析。

针对上述问题，本文主要做了如下工作：1）通过对变压器磁场的准确计算与结果提取，基于 ANSYS Twin Builder 软件开展了变压器磁场的降阶模型研究。2）搭建了面向数字孪生应用的变压器磁场降阶模型。3）基于响应面模块获得了不同工况下的损耗响应面模型，以实现变压器磁场快速计算的需求。

1 面向数字孪生应用的变压器磁场降阶流程

针对 Twin Builder 无法实现空间磁场降阶的问题，在 Twin Builder 软件基础上通过编程实现对变压器磁场的模型降阶，实现流程如图 1 所示。

面向数字孪生应用的变压器电磁场降阶模型主要分为基于机理的磁场降阶计算与 Deployer 部署两部分。对 1 台变压器，在建立磁场仿真模型的基础上，首先根据给定的空载和负载电流仿真得到磁场及损耗，并通过与计算单设计值进行对比验证其有效性。其次，通过 workbench 平台调用电磁计算

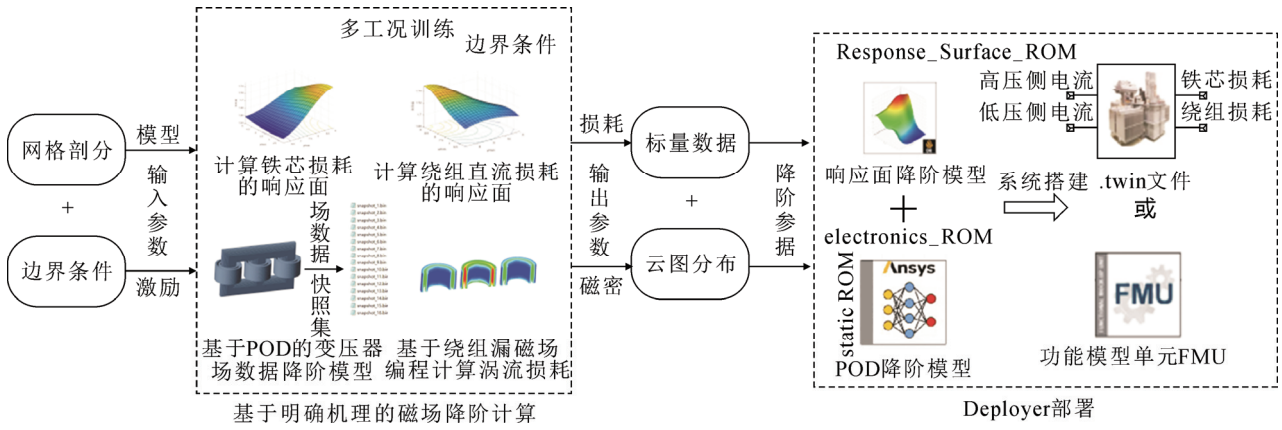


图 1 基于 Twin Builder 的变压器磁场降阶的实现流程

Fig.1 Implementation process of transformer magnetic field reduction based on Twin Builder

软件 Maxwell 实现电流变量的参数化，并结合响应面模块对铁芯损耗与绕组欧姆损耗进行降阶，从而将铁芯和绕组损耗结果作为标量参数输出。其中，绕组涡流损耗需要首先获得变压器内部空间的漏磁场分布情况，然后通过编程计算得到[21]。将绕组涡流损耗与欧姆损耗相加所得的总损耗作为标量参数输出，并将其导出为损耗结果的降阶模型(reduced order model，ROM)用于后续系统的构建。磁通密度与损耗密度分布可应用本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)对变压器大量的节点数据信息进行降阶，生成对应的静态 ROM 降阶模型，并设定好视角方向和输出信息(极值点或均值等)，即可在 Twin Builder 中实现云图可视化。同时，由于绕组损耗的节点数据与损耗总值的快速计算，磁场结果可以更快地映射到温度场的计算中，完成变压器的多物理场耦合计算。该磁场的降阶模型不仅可以用作后续温度场分析的基础，也可以直接用作磁场部分的数字孪生体部署。通过将应用响应面法和 POD 方法的 ROM 降阶模型导入 Twin Builder 中，确定好输入、输出端的变量信息，并连接各模块以搭建出整个电磁系统，最终封装成.twin 文件或者功能模型单元 FMU，在 Twin Deployer 里编译调试后即可部署至 IoT 平台，通过 Python 代码使数字孪生体模块实现调用，完成面向数字孪生体的整个变压器磁场构建流程。

该构建流程能够很好地实现数字孪生场景下实时仿真的需求，如需研究某一新的实际问题时，例如各种特殊工况下的变压器参数性能变化，只需要在该模型的基础上提前对该研究问题进行准确分析计算，再通过上述流程进行降阶训练，将生成的 ROM 模块添加进该系统中，即可逐渐完善该变压器的整个数字孪生体构建。

2 变压器磁场降阶模型

进行变压器磁场分析时，首先需对变压器磁通密度分布与损耗进行准确计算，再分别对磁场与损耗数据进行降阶训练，以构建磁场的降阶模型和损耗的响应面模型。

依据变压器磁场控制方程及有限元理论[22]，可得磁场离散后的有限元方程组有如下形式：

$$\boldsymbol{KX}=\boldsymbol{b} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{K}$ 为有限元刚度阵；$\boldsymbol{X}$ 为磁场待求节点未知向量($m\times1$)；$\boldsymbol{b}$ 为激励源对应右端项($m\times1$)。式(1)的离散方程组阶数非常高，直接或迭代求解时非常耗时，此时可采用降阶方法将其转换为低阶的离散方程组进行处理，下面对降阶过程进行概述。

2.1 基于 POD 的磁场降阶模型

POD 仅需选取所占比重最大的几组特征向量作为 POD 正交基函数，并从样本空间中分解出对角矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$，这种处理可将全样本空间中的数据信息最大程度还原[23-25]，该过程可通过对矩阵进行奇异值分解来简化运算，算法降阶原理如图 2 所示。

图 2 中，$\boldsymbol{M}(m\times n)$是 1 个由磁场解向量 $\boldsymbol{X}(m\times1)$构成的矩阵(n 为不同工况或激励对应的样本数量)：

$$\boldsymbol{M}=[\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n] \tag{2}$$

对原始样本矩阵 $\boldsymbol{M}$ 进行奇异值分解为：

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}_\sigma\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{U}=[u_1,u_2,\cdots,u_m]\in\mathbf{R}^{m\times m}$；$\boldsymbol{V}=[v_1,v_2,\cdots,v_n]\in\mathbf{R}^{n\times n}$为标准正交矩阵；$\boldsymbol{\Sigma}_\sigma$是一个由矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的奇异值σ_i组成的 $m\times n$ 对角线矩阵，按降序存储有：$\sigma_1\geq\sigma_2\geq\cdots\sigma_n\geq0$。一般有 $m>n$，所以只有 n 个非零奇异值。

由矩阵运算法则可知，正交矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 中的列向量分别是矩阵 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}$ 的特征向量，而矩阵 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}$和 $\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}$的特征值与矩阵 $\boldsymbol{M}$的奇异值之间存在如下关系：$\lambda_i=\sigma_i^2(i=1,2,\cdots,n)$。

奇异值分解中的正交矩阵 $\boldsymbol{U}$中的特征向量$\boldsymbol{\xi}_i$是满足元素 $\boldsymbol{u}_i$ 的 1 组正交列向量。同时，根据式(3)中奇异值矩阵 $\boldsymbol{U}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 的关系式 $\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}_\sigma=\boldsymbol{M}\boldsymbol{V}$，可以通过求 $n(n<<m)$阶矩阵 $\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}$ 的特征向量 $\boldsymbol{V}$ 来求得 $\boldsymbol{U}$中前 n 个特征向量，此时有：

$$\boldsymbol{u}_i=\boldsymbol{M}\boldsymbol{v}_i/\sqrt{\lambda_i},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{4}$$

截取式(4)中对应特征值最大的前 d 个列向量作为样本空间的 1 组标准正交基：$\boldsymbol{\xi}_i=\boldsymbol{u}_i(i=1,2,\cdots,d)$。

在数学上，特征值$\lambda_i=\boldsymbol{\xi}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i=[\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i,\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i]$表示样本数据 $\boldsymbol{M}$ 在基函数$\boldsymbol{\xi}_i$上的投影；在物理上，特征值λ_i 表示其对应特征向量捕获物理场的广义能[26-27]，也表示特征向量反映样本数据 $\boldsymbol{M}$ 所代表物理场信息量(磁通或损耗密度值)的程度。

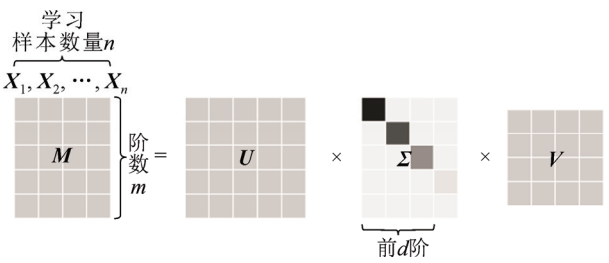


图 2 POD 法降阶原理

Fig.2 POD method reduction principle

为更大程度还原全样本空间中的数据信息，通过截取前 d 项后的 $\boldsymbol{M}_d$ 近似表示样本数据 $\boldsymbol{M}$，截取原则应根据式(5)计算满足式(6)或式(7)：

$$\boldsymbol{M} \approx \boldsymbol{M}_d = \boldsymbol{U}_d \boldsymbol{\Sigma}_d \boldsymbol{V}_d^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{U}_d \boldsymbol{C} \tag{5}$$

$$\chi = \frac{\left\| \boldsymbol{M} - \boldsymbol{M}_d \right\|}{\left\| \boldsymbol{M} \right\|} = \frac{\sum_{i=d+1}^{n} \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2} \le 0.01\% \tag{6}$$

$$\varepsilon = \frac{\left\| \boldsymbol{M}_d \right\|}{\left\| \boldsymbol{M} \right\|} = \frac{\sum_{i=1}^{d} \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2} \ge 99.99\% \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{U}_d=[u_1,u_2,\ldots,u_d]\in\mathbf{R}^{m\times d}$ 为降阶模态；$\boldsymbol{C}$ 为模态系数；χ 为 POD 截断误差；ε 为降阶模态能量捕获百分比。

这里需要快速还原的物理场信息量(磁通或损耗密度值)为磁场解向量 $\boldsymbol{X}(m\times1)$，已知 POD 法降阶后的阶数为 d，此时需要求解的模态系数 $\boldsymbol{C}$ 则为 $d\times1$ 的系数矩阵，以负载率为输入量、模态系数 $\boldsymbol{C}$ 为输出量，分别建立 d 组响应面模型，令各组模态系数 $\boldsymbol{c}_i(i=1,2,\cdots,d)$ 分别与负载率进行拟合，求解各自的 $\boldsymbol{c}_i$ 以快速还原模态系数矩阵 $\boldsymbol{C}$，然后线性叠加得到静态 ROM，至此实现磁场解向量 $\boldsymbol{X}$ 的快速重构，同时根据输入量的改变，能够快速计算得到新的磁场近似解向量 $\boldsymbol{X}'$：

$$\boldsymbol{X} \approx \boldsymbol{X}' = \sum_{i=1}^{d} \boldsymbol{c}_i \boldsymbol{U}_i \tag{8}$$

综上所述，通过 Twin Builder 软件并基于 POD 法进行磁场降阶计算方法的具体流程如图 3 所示。

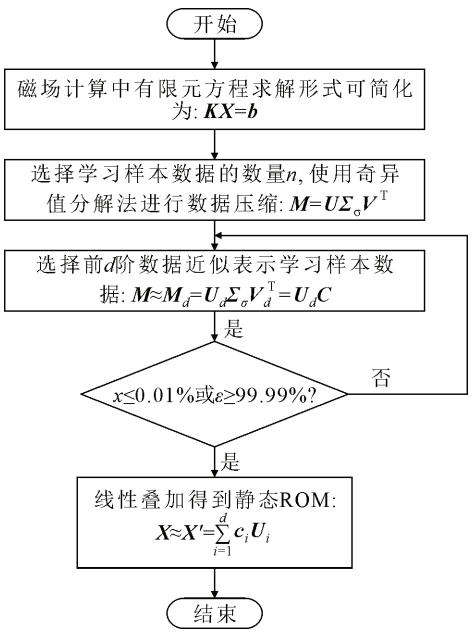


图 3 基于 POD 法的磁场降阶计算流程

Fig.3 Magnetic field reduction calculation process based on POD method

2.2 基于二次多项式的损耗响应面模型

为快速计算变压器铁芯和绕组的损耗值，本文采用二次多项式的响应面模型来构建输入电流参数与输出的损耗数据(铁芯损耗和绕组总损耗)的响应面模型[28]。在响应面模型的实际选择中，一方面要保证与真实值高精度拟合，另一方面要降低模型的复杂度。由于二次多项式具有较少的待定系数，可以在准确描述某一实际函数的前提下降低模型的复杂度，大大减少了试验或者数值分析的工作量[29-30]，因此在工程实际中，通常会选择二次多项式响应面模型进行分析。

带变量交叉项的二次多项表达式如下：

$$\bar{P} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{N} \alpha_j I_j + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{jj} I_j^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} I_i I_j \tag{9}$$

式中：$\bar{P}$ 为目标损耗数据；α_0、α_j、α_{jj}、α_{ij} 为多项式系数；I_j 为第 j 个试验的电流变量；N 为试验设计的变量数。

在求取响应面的模型时需进行 k 次试验，式(9)可改写为以下矩阵：

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & I_{11} & \cdots & I_{1n} & I_{11}^2 & \cdots & I_{1n}^2 & I_{11}I_{12} & \cdots & I_{1n}I_{1n-1} \\ 1 & I_{21} & \cdots & I_{2n} & I_{21}^2 & \cdots & I_{2n}^2 & I_{21}I_{22} & & I_{2n}I_{2n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & I_{k1} & \cdots & I_{kn} & I_{k1}^2 & \cdots & I_{kn}^2 & I_{k1}I_{k2} & \cdots & I_{kn}I_{kn-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_n & \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{nm} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{nm-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \cdots & \mu_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

或

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\mu} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{P}$ 为目标损耗值；$\boldsymbol{I}$ 为电流变量值；$\boldsymbol{\mu}$ 为计算值与试验值之间的误差值。为降低 2 个数值间的绝对误差，利用最小二乘原理使误差的平方和最小，与真实值拟合的程度也更高，此时求得多项式系数，即：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{\mu}_i^2 = \boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu} = \left(\boldsymbol{P} - \boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha}\right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{P} - \boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha}\right) = \\ \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha} = \\ \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - 2\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha} \end{aligned} \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}$ 为 1×1 阶矩阵，因此 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha}$，最小二乘估计量需满足：

$$\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = -2\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + 2\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{\alpha} = 0 \tag{13}$$

因此

$$\boldsymbol{\alpha} = \left(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{14}$$

根据式(14)即可计算二次多项式的各项系数。

2.3 绕组涡流损耗计算

变压器绕组的漏磁场可以分解为纵向漏磁和横向漏磁两部分，因此绕组的漏磁场在高低压绕组的导线中引起的涡流损耗也可分为纵向涡流损耗和横向涡流损耗两部分。考虑到交变磁场所感生的涡流损耗及其分布的复杂度，本文采用自编程的方式通过有限元法来计算绕组的涡流损耗，并与软件的仿真计算结果进行对比，以验证数值方法计算该模型磁场损耗结果的有效性。将单元内质心的磁通密度 B 分解为径向与轴向分量 B_r 与 B_z，而 $\boldsymbol{e}$ 为该方向上的单位向量，A 为矢量磁位，则有：

$$B(\boldsymbol{r},\boldsymbol{z}) = B_r\,\boldsymbol{e}_r + B_z\,\boldsymbol{e}_z \tag{15}$$

式中：$B_r = -\dfrac{\partial A}{\partial z}$；$B_z = \dfrac{1}{r}\cdot\dfrac{\partial A}{\partial r}$。

提取求得的各单元内质心的磁通密度 B 进行各单元绕组涡流损耗的计算，则单位体积内的涡流损耗密度 P_{E}(单位为 W/m^3)计算式[21,31]为：

$$P_{\mathrm{E}} = \frac{1}{24\rho}\omega^2 d^2 B^2 \tag{16}$$

对绕组模型进行网格剖分后，在截面形成的 2 维矩形单元如图 4 所示，由此推出其 3 维模型的涡流损耗分别如下所述。

第 i 个单元内横向涡流损耗 $P_{\mathrm{E}ri}$ 为(单位为 W)：

$$P_{\mathrm{E}ri} = \frac{1}{24\rho}\left(B_{ri}b\omega\right)^2\cdot 2\pi R_i S_i \tag{17}$$

第 i 个单元内纵向涡流损耗 $P_{\mathrm{E}zi}$ 为(单位为 W)：

$$P_{\mathrm{E}zi} = \frac{1}{24\rho}\left(B_{zi}b\omega\right)^2\cdot 2\pi R_i S_i \tag{18}$$

则该矩阵单元内总涡流损耗为：

$$P_{\mathrm{E}i} = P_{\mathrm{E}ri} + P_{\mathrm{E}zi} \tag{19}$$

式中：B_{ri} 为第 i 个单元内横向磁通密度；B_{zi} 为第 i 个单元内纵向磁通密度；ω 为角频率；ρ 为材料的电阻率；b、d 为导线尺寸，如图 4 所示；R_i 为第 i 个单元的重心到铁芯中心线的距离；S_i 为第 i 个单元内导体所占的面积。

3 面向数字孪生应用的油浸式变压器磁场降阶模型

以 SZ11-50000/110 油浸式变压器为例，分别计算了额定工况下空载铁芯磁通密度及其损耗、负载工况下绕组的漏磁通密度及损耗。该变压器是 1 台三相三柱式变压器，高、低压侧绕组均采用扁型导线绕制的双绕组结构。建模时将铁芯按照叠片式建模，绕组按照分饼式等效建模，如图 5 所示。该变压器的电气参数如表 1 所示。

为计算各个部件的磁场及损耗，本文采用 Maxwell 有限元分析软件对该油浸式变压器应用涡流场求解器进行仿真。计算过程中对模型、材料属性及激励做如下假设：

1）高、低压侧线圈高度相等，各相绕组区域总的安匝电流分布均匀，高、低压侧绕组的总安匝电流平衡。

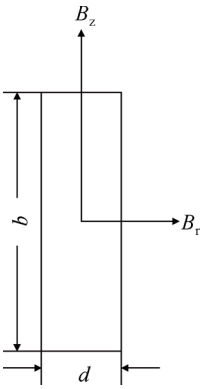


图 4 矩形单元

Fig.4 Rectangular element

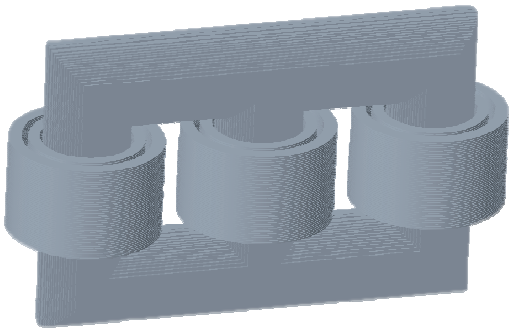


图 5 油浸式变压器的整体模型

Fig.5 Overall model of oil immersed transformer

表 1 SZ11-50000/110 的电气参数

Table 1 Electrical parameters of SZ11-50000/110

电气参数	数值	
	高压绕组	低压绕组
额定容量/kVA	500 000	500 000
额定电压/kV	110	10.5
额定电流/A	262.432	1 587.302
联结组标号	YN	d11
额定频率/Hz	50	50
匝数	514	85
欧姆损耗/W	94 442	78 685
纵向涡流损耗/W	4184	3108
空载电流/%		0.2

2）忽略铁芯和高、低压绕组导体的涡流对磁场的影响，铁芯材料按非线性材料处理，采用电工钢的模型计算损耗。

3.1 额定工况下变压器磁场及损耗分析

首先对油浸式变压器进行建模，并对其进行网格剖分，如图 6 所示。

该模型经剖分后总网格数为 3 569 935，而磁场及损耗仿真分析所涉及各部位的材料属性如表 2 所示。其中，铁芯采用的材料为硅钢片 DW465_50，其 *B-H* 曲线如图 7 所示，损耗计算采用电工钢模型(K_h=190，K_c=0.822)。

确定了将变压器包裹在内的计算区域后，Maxwell 3D 会默认在内部物体的交界面上生成 Neumann 边界条件，而在外部包裹的求解域 region 的边界则会默认生成 Dirichlet 边界条件。磁场计算时使用电流密度作为激励源，即在高、低压侧绕组施加电流密度。根据给定的空载电流百分数与负载额定电流分别施加电流密度源，得到其空载情况下铁芯的主磁通、损耗和负载情况下绕组的漏磁通分布，如图 8 所示(以 B 相电流取最大时为例)。

由图 8 可见，在空载情况下，铁芯的磁通密度集中在 0.56~1.36 T，磁通密度的最大值为 1.6993 T，通过场计算器得到的铁芯损耗为 31 196 W；在负载情况下，高、低压绕组漏磁通密度最大值为 0.3347 T，通过场计算器得到绕组欧姆电阻损耗为 174 790 W，为验证模型的有效性，将仿真结果与计算单中给定的设计值进行对比，如表 3 所示。

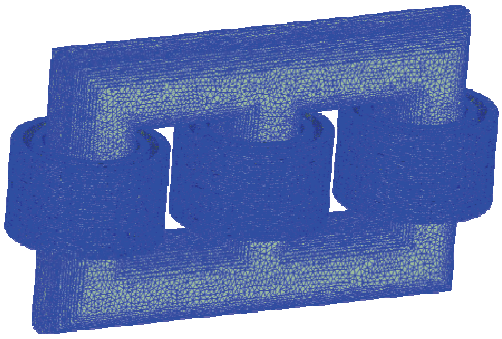


图 6 油浸式变压器模型网格剖分

Fig.6 Grid generation of oil immersed transformer model

表 2 SZ11-50000/110 的材料属性

Table 2 Material properties of SZ11-50000/110

结构	材料	相对磁导率	电导率(S·m^{-1})
铁芯	DW465_50	输入 *B-H* 曲线	0
绕组	铜(75 ℃)	0.999 991	46 000 000
空气域	真空	1	0

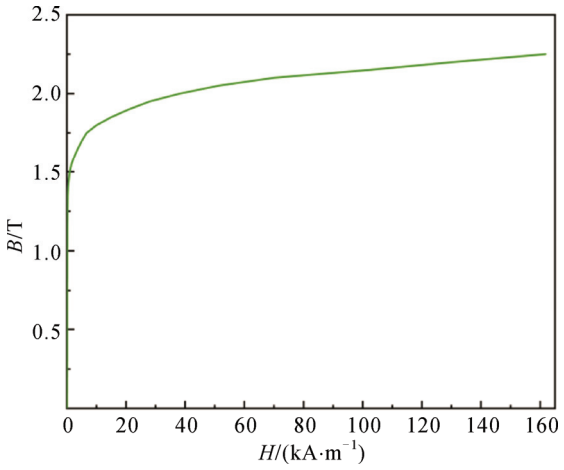
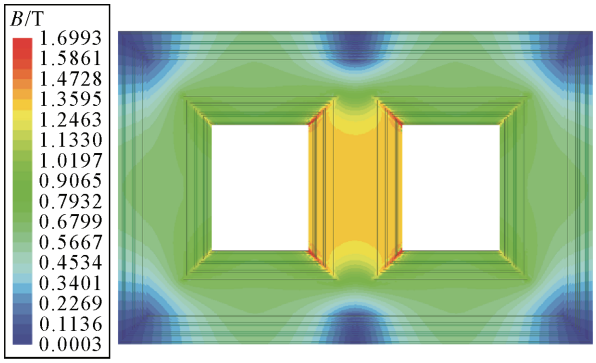
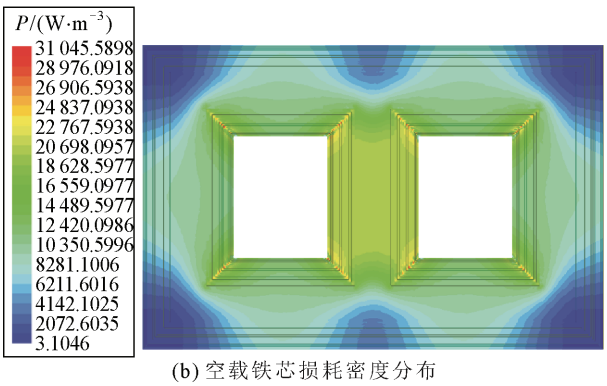


图 7 硅钢片的 *B-H* 特性曲线

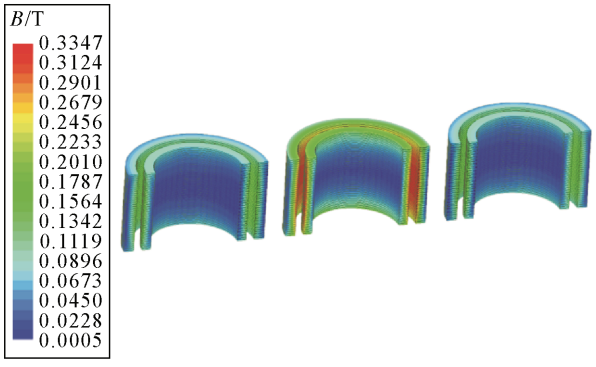
Fig.7 B-H characteristic curve of silicon steel sheet



(a) 空载铁芯磁通密度分布



(b) 空载铁芯损耗密度分布



(c) 负载绕组漏磁通密度分布(切面图)

图 8 磁通密度及损耗分布图

Fig.8 Magnetic flux density and loss distribution map

由铁芯磁通密度分布与损耗的相对误差可知，3 项指标均在工程应用允许的误差范围内，验证了本文模型的有效性。

在未考虑涡流效应时绕组欧姆损耗密度在绕组每饼中的分布较均匀，但在实际过程中由于涡流效应的影响，绕组涡流损耗密度会影响绕组总体的损耗密度分布。因此，考虑涡流效应的影响获得的绕组总损耗密度分布如图 9 所示。

由图 9 可见，考虑涡流效应后的损耗分布在绕组中并不均匀，绕组端部的损耗较集中。因此，本文采用有限元法编程对考虑涡流损耗后绕组损耗进行计算，结果与设计手册中数据进行对比验证其有效性。由于设计手册中一般只考虑纵向涡流损耗，但实际变压器运行中还包括横向涡流损耗，因此先提取绕组切面图的漏磁通密度数据，如图 10 所示(以 B 相低压最内侧和高压最外侧为例)。

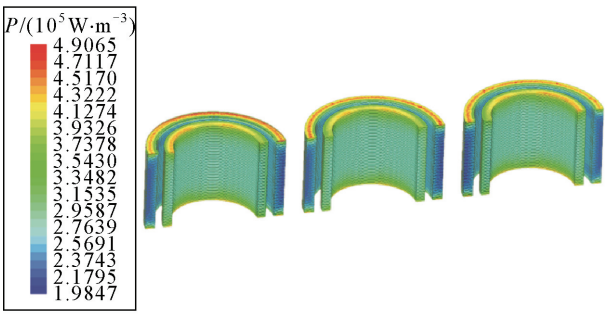
表 3　磁场仿真结果对比

Table 3　Comparison of magnetic field simulation results

参数	设计值	软件仿真值	相对误差
铁芯磁通密度	1.6855 T	1.6993 T	+0.82%
铁芯损耗	30 279 W	31 196 W	+3.03%
绕组欧姆损耗	173 127 W	174 790 W	+0.96%



(a) 未考虑涡流损耗



(b) 考虑涡流损耗

图 9　绕组总损耗分布情况(切面图)

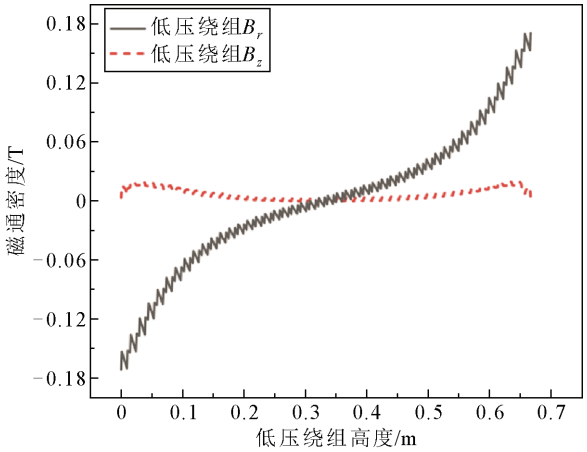
Fig.9　Distribution of total winding losses(sectional view)

根据得到的漏磁通密度，通过式(16)—(19)计算得到涡流损耗。由于计算单中仅考虑绕组的纵向涡流损耗，因此先将得到的高低压绕组纵向涡流损耗与计算单中给定的设计值进行对比，验证其计算方法的正确性，如表 4 所示。

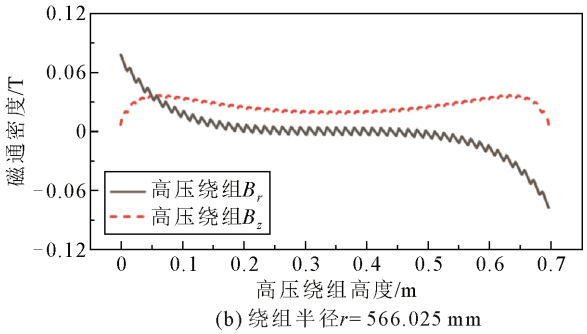
由表 4 结果可知，低压绕组和高压绕组的纵向涡流损耗与设计值的相对误差均在工程允许的误差范围内。

分别采用软件仿真模型和有限元法编程计算绕组的各饼总涡流损耗，结果如图 11 所示。

由图 11 结果可知，Maxwell 软件仿真的结果与通过绕组漏磁场编程计算的总损耗结果基本一致，靠近绕组端部的损耗较中部有明显升高，最大值分别出现在高低压绕组的两端，约为中部绕组损耗的



(a) 绕组半径r= 347.5 mm



(b) 绕组半径r= 566.025 mm

图 10　绕组轴向路径漏磁通密度分布

Fig.10　Leakage flux density distribution of winding axial path

表 4　高低压绕组纵向涡流损耗结果对比

Table 4　Comparison of longitudinal eddy current loss results for high and low voltage

纵向涡流损耗	设计值/W	编程计算值/W	相对误差/%
低压纵向涡流损耗	3108	3145.8	+1.21
高压纵向涡流损耗	4184	4147.2	–0.88

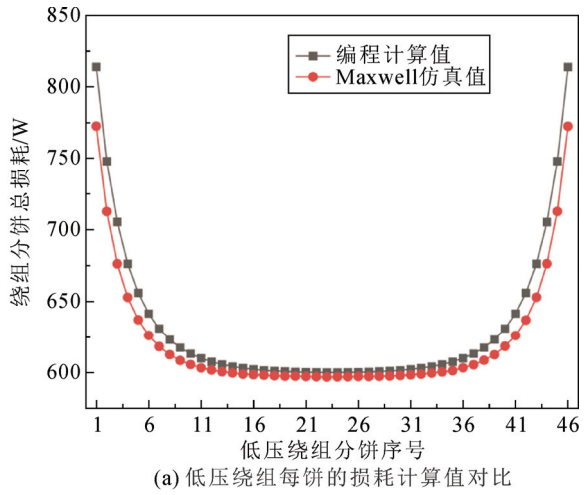
1.3~1.65 倍；最大的偏差出现在低压绕组端部的 1 号和 46 号分饼处，但相对误差不超过 5%，由此验证了编程计算方法的有效性。

最后得到软件仿真计算出的绕组总涡流损耗为 18 500 W，而通过编程计算得到的绕组总涡流损耗为 18 878.53 W，两者的相对误差仅有 2%。由此可知，考虑涡流效应的绕组总涡流损耗的软件仿真值和基于绕组漏磁场得到的编程计算值间相对误差在工程应用允许的误差范围内，因此本文所建立的磁场仿真模型可应用于实际工程计算。

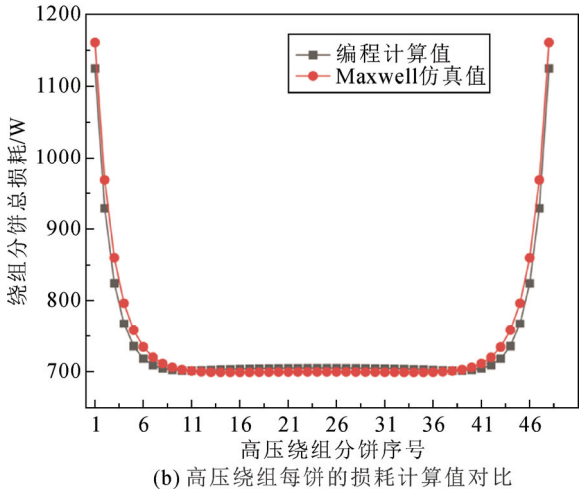
3.2 磁场降阶模型及有效性验证

采用上述磁场仿真模型，以负载率为变量对变压器磁场进行多组工况下的磁场及损耗计算。考虑到变压器实际运行情况，过低或者过高的负载率不符合变压器的常规运行状态，因此将负载率的取值限制在 20%~120%之间，具体负载率训练集的设计点选取如表 5 所示。

将 10 组负载率下得到的磁场数据作为训练集



(a) 低压绕组每饼的损耗计算值对比



(b) 高压绕组每饼的损耗计算值对比

图 11 绕组分饼损耗结果对比

Fig.11 Comparison of winding cake loss results

导入 Twin Builder 里构建静态 ROM 模型，以实现磁场与损耗的降阶计算与云图分布可视化处理，取一部分冗余的训练点用作降阶模型的验证。在磁场模型完成降阶后，连接各降阶模块并搭建变压器磁场的系统降阶模型，如图 12 所示。

采用上述面向数字孪生应用的变压器磁场系统降阶模型，通过确定变压器的负载率便可快速得到变压器磁场与损耗分布结果。首先，通过输入端的高低压数据确定变压器的负载率，作为后续降阶模型的变量输入；其次，在磁场云图结果的输入端设定云图的视角方向与存储位置；同时，随着变量的每次输入会激活云图的生成；最终，通过训练的 ROM 降阶模块快速计算得到输出端的变压器各损耗结果与磁场云图结果。其中，磁场各节点的大量数据可以通过编程方式导入 Twin Builder 中进行数据降阶；而损耗响应面模型可以通过 workbench 平台调用电磁计算软件 Maxwell，并结合响应面模块实现电流变量的参数化操作。

降阶后的磁场及损耗密度分布云图如图 13 所示(以绕组为例)。

以绕组的漏磁场分布为例，分别取负载率为 40%、70%和 100%进行适用性检验，并对额定负载率下的降阶模型与仿真模型的漏磁场数据进行对比，如图 14 所示。

表 5 负载率训练集的设计点

Table 5 Design points for load rate training set

负载率/%	20	30	50	60	80
电流 *I*/A	448.956	673.434	1122.39	1346.868	1795.824
负载率/%	90	95	105	110	120
电流 *I*/A	2020.302	2132.541	2357.019	2469.258	2693.736

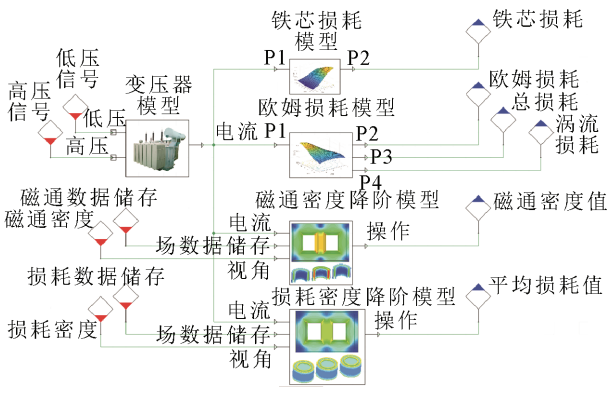
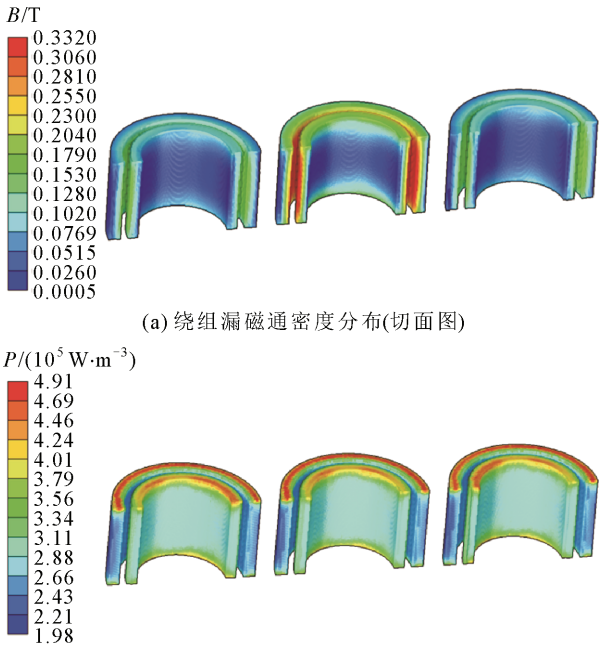


图 12 变压器磁场降阶模型的系统搭建

Fig.12 System construction of transformer magnetic field reduction model

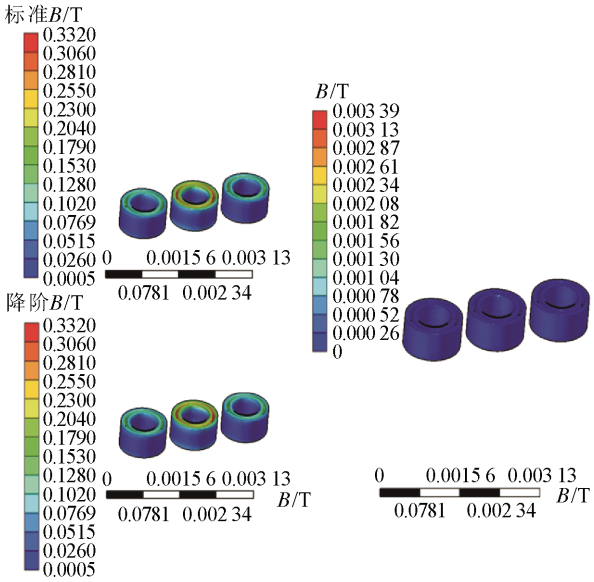


(a) 绕组漏磁通密度分布(切面图)

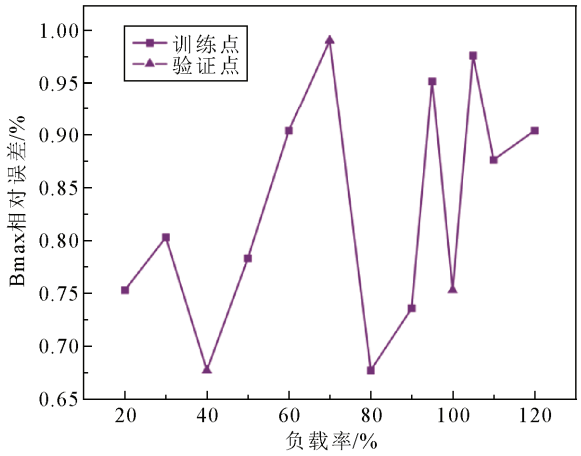
(b) 绕组总损耗密度分布(切面图)

图 13　磁场及损耗密度降阶模型云图

Fig.13　Visualization results of reduced order model for windings



(a) 额定负载率下绕组漏磁场结果对比



(b) 绕组漏磁场密度最大值的对比验证

图 14　绕组降阶模型的磁场结果对比

Fig.14　Comparison of magnetic field results of winding reduction models

由图 14 可知，从整体绕组节点数据方面看，额定负载率下全阶模型的漏磁场训练数据与降阶模型的结果之间相对误差在 1%以下；而从磁通密度最大值方面观察，训练的降阶模型与仿真模型在所研究范围内的相对误差也均在 1%以下，验证了漏磁场降阶模型的准确性。

对磁场降阶模型进行分析获得随负载率变化的绕组损耗变化曲线，如图 15 所示。

由图 15 可知，随着负载率的升高，绕组的各损耗计算值也相继提升，其中涡流损耗相对欧姆损耗提升较慢。对该结果进行适用性检验，以绕组总损耗数据为例，分别取负载率为 40%、70%和 100%时作为验证点，结果对比如图 16 所示。

由图 16 可知，基于二次多项式的绕组损耗响应面模型得到的总损耗与软件仿真结果相差很小，进一步验证了绕组损耗响应面模型的有效性。

随后对磁场结果的仿真计算时间进行对比分析可知，计算一次全阶模型所需要的时间为 7495 s，而计算一次降阶模型所需要的时间为 0.76 s，提高倍数为 9861.84。由此可以看出，降阶模型比全阶模型具有更高的计算效率，可以满足数字孪生应用场景下的磁场实时仿真要求。同时，上述搭建的面向数字孪生应用的系统降阶模型可进一步在 Twin

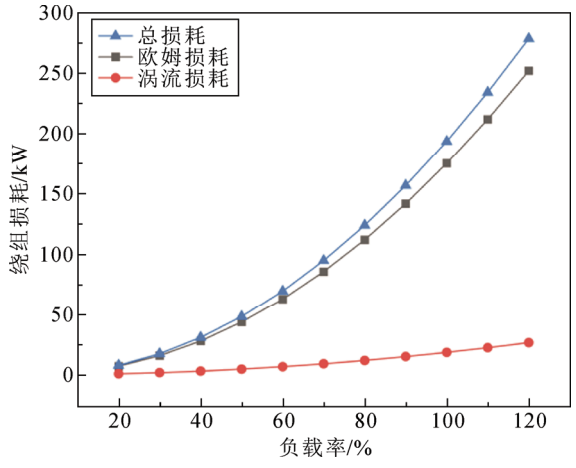


图 15　绕组损耗变化曲线图

Fig.15　Winding loss variation diagram

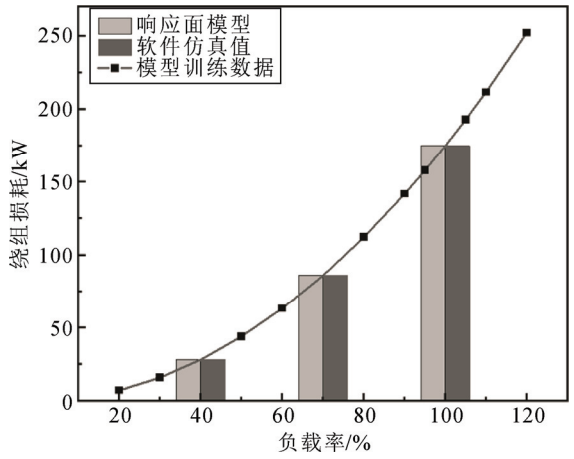


图 16 绕组降阶模型的损耗结果对比

Fig.16 Comparison of loss results of winding reduction models

Deployer 里编译部署成为替代完整磁场仿真的数字孪生体。

通过前文分析可见，基于降阶理论和响应面模型可以实现变压器空间漏磁场和损耗的快速计算，但需要注意面对不同应用场景磁场仿真的速度要求不同：首先，在变压器设计阶段，对于变压器磁场及损耗的计算速度要求不高，一般都有充足的时间，可对不同工况下的变压器磁场及损耗状态变化进行准确分析计算。其次，在变压器运维阶段，由于运维时需要及时掌握变压器内部的磁场及损耗变化情况，其实时性要求非常高，此时应该兼顾速度与精度两方面，即能根据参数的变化在降阶模型中快速计算得到(准)实时准确的结果，也能在一定程度上分析预测未来变化趋势。

4 结论

本文基于 110 kV 3 维变压器结构，采用本征正交分解以及响应面法建立面向数字孪生应用的变压器 3 维磁场降阶模型，实现了变压器磁场及损耗的快速计算，结论如下：

1）在准确计算磁场结果的基础上，通过建立变压器磁场的降阶模型，完成了磁场结果的降阶。计算结果表明，在精度方面，降阶模型与全阶模型的相对误差在 1%以下；在效率方面，降阶模型的计算时间仅为 0.76 s，相较全阶模型计算效率有显著提升。

2）搭建了面向数字孪生应用的变压器 3 维磁场的系统降阶模型，实现了损耗的快速计算与磁场云图的可视化，为后续构建多物理场耦合的变压器系统模型提供了磁场计算基础。

参考文献 References

[1] 程书灿，赵彦普，张军飞，等. 电力设备多物理场仿真技术及软件发展现状[J]. 电力系统自动化，2022，46(10)：121-137.
CHENG Shucan, ZHAO Yanpu, ZHANG Junfei, et al. State of the art of multiphysics simulation technology and software development for power equipment[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(10): 121-137.

[2] 庄少丰. 基于 Maxwell 的油浸式电力变压器物理场的仿真分析及应用研究[D]. 福州：福州大学，2011.
ZHUANG Shaofeng. Study on simulation of the physical fields of oil-immersed Power transformer and its application base on Maxwell[D]. Fuzhou, China: Fuzhou University, 2011.

[3] 刘 刚，靳艳娇，马永强，等. 基于非平均热源的油浸式变压器 2 维温度场分析[J]. 高电压技术，2017，43(10)：3361-3370.
LIU Gang, JIN Yanjiao, MA Yongqiang, et al. Two-dimensional temperature field analysis of oil-immersed transformer based on non-uniformly heat source[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(10): 3361-3370.

[4] 张瀚方. 基于非平均热源的换流变压器温度场仿真研究[D]. 保定：华北电力大学，2017.
ZHANG Hanfang. Research on temperature field of converter transforme based on uneven heat source[D]. Biaoding, China: North China Electric Power University, 2017.

[5] 吕金潮，陈希之，刘 刚，等. 基于多孔介质理论的 35 kV 油浸式变压器热点简化计算[J/OL]. 高电压技术，2023：1-10[2023-05-17]. https://doi. org/10.13336/j. 1003-6520. hve. 20221506.
LÜ Jinchao, CHEN Xizhi, LIU Gang, et al. Simplified calculation of hot spots of 35 kV oil immersed transformer based on porous medium theory[J/OL]. High Voltage Engineering, 2023: 1-10[2023-05-17]. https: //doi. org/10.13336/j. 1003-6520. hve. 20221506.

[6] 袁发庭，施文菀，王 玥，等. 基于多物理场仿真的油浸式变压器温度特性分析及散热器优化[J]. 高电压技术，2024，50(1)：221-231.
YUAN Fating, SHI Wenyu, WANG Yue, et al. Analysis of temperature characteristics and radiator optimization of oil temperature characteristic analysis and radiator optimization of oil-immersed transformer based on multi-physical field simulation[J]. High Voltage Engineering, 2024, 50(1): 221-231.

[7] 刘洁苇，吕运强，李 琳，等. 高频变压器磁场和温度场的瞬态特性分析[J]. 高电压技术，2019，45(4)：1191-1200.
LIU Jiewei, LÜ Yunqiang, LI Lin, et al. Transient simulation analysis of electromagnetic field and temperature field of high-frequency transformer[J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(4): 1191-1200.

[8] YATSEVSKY V A. Hydrodynamics and heat transfer in cooling channels of oil-filled power transformers with multicoil windings[J]. Applied Thermal Engineering, 2014, 63(1): 347-353.

[9] HOSSEINI R, NOUROLAHI M, GHAREHPETIAN G B. Determination of OD cooling system parameters based on thermal modeling of power transformer winding[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2008, 16(6): 585-596.

[10] 陈 彬，梁 旭，肖乔莎，等. 绕组布置方式对高频变压器漏磁场和电磁力的影响分析[J]. 高压电器，2022，58(2)：95-102.
CHEN Bin, LIANG Xu, XIAO Qiaosha, et al. Analysis on influence of winding layout on leakage magnetic field and electromagnetic force of high-frequency transformer[J]. High Voltage Apparatus, 2022, 58(2): 95-102.

[11] 赵 毅，文 韬，倪鹤立，等. 电力变压器低压螺旋绕组导线换位结构下电流分布特性[J]. 高电压技术，2021，47(9)：3218-3225.
ZHAO Yi, WEN Tao, NI Heli, et al. Characteristics of current distribution under the transposition structure in low voltage helical winding of power transformer[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(9):

3218-3225.

[12] 韩四满，周　秀，刘威峰，等. 考虑线饼位移缺陷的变压器绕组力学特性磁-固耦合分析[J]. 昆明理工大学学报(自然科学版)，2020，45(5)：59-66，96.
HAN Siman, ZHOU Xiu, LIU Weifeng, et al. Magnetic solid coupling analysis of mechanical characteristics of transformer windings considering the defect of disk displacement[J]. Journal of Kunming University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 45(5): 59-66, 96.

[13] 潘　超，陈　祥，蔡国伟，等. 基于电磁–机械耦合原理的变压器三相不平衡运行绕组振动模–态特征[J]. 中国电机工程学报，2020，40(14)：4695-4707.
PAN Chao, CHEN Xiang, CAI Guowei, et al. Mode-state characteristics of three-phase unbalanced operation winding vibration of transformer based on electromagnetic mechanical coupling principle[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(14): 4695-4707.

[14] SHEIKH-GHALAVAND B, VAEZ-ZADEH S, ISFAHANI AH. An improved magnetic equivalent circuit model for iron-core linear permanent-magnet synchronous motors[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(1): 112-120.

[15] 李　伟，崔俊宁，邹丽敏，等. 基于等效磁路法的电磁力发生器单磁路优化设计[J]. 振动与冲击，2023，42(12)：309-316.
LI Wei, CUI Junning, ZOU Limin, et al. Single magnetic circuit optimization design of an electromagnetic force generator based on an equivalent magnetic circuit method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(12): 309-316.

[16] XU G H, LIU G H, JIANG S, et al. Analysis of a hybrid rotor permanent magnet motor based on equivalent magnetic network[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(4): 8202109.

[17] 佟文明，王　萍，吴胜男，等. 基于三维等效磁网络模型的混合励磁同步电机电磁特性分析[J]. 电工技术学报，2023，38(3)：692-702.
TONG Wenming, WANG Ping, WU Shengnan, et al. Electromagnetic performance analysis of a hybrid excitation synchronous machine based on 3D equivalent magnetic network[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(3): 692-702.

[18] CIUPRINA G, IOAN D, JANSSEN R, et al. MEEC models for RFIC design based on coupled electric and magnetic circuits[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2015, 34(3): 395-408.

[19] 刘　畅. 抽水蓄能机组多物理场耦合响应分析与模型降阶研究[D]. 武汉：华中科技大学，2022.
LIU Chang. Multi-physics coupling response analysis and model order reducing research on pumped-storage unit[D]. Wuhan, China: Huazhong University of Science and Technology, 2022.

[20] 杨　帆，吴　涛，廖瑞金，等. 数字孪生在电力装备领域中的应用与实现方法[J]. 高电压技术，2021，47(5)：1505-1521.
YANG Fan, WU Tao, LIAO Ruijin, et al. Application and implementation method of digital twin in electric equipment[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(5): 1505-1521.

[21] LIU Y, LIU G, LI L, et al. Analysis of the influence of turn-to-turn insulation on the simulation of magnetic field and fluid-temperature field in transformer[C] // Proceedings of 2020 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE). Beijing, China: IEEE, 2020: 1-4.

[22] 谢德馨，姚缨英，白保东，等. 三维涡流场的有限元分析[M]. 2 版. 北京：机械工业出版社，2008.
XIE Dexin, YAO Yingying, BAI Baodong, et al. Finite element analysis of three-dimensional eddy current field[M]. 2nd ed. Beijing, China: China Machine Press, 2008.

[23] 胡万君，刘　刚，朱章宸，等. 油浸式电力变压器绕组稳态温升降阶计算方法研究[J]. 中国电机工程学报，2023，43(16)：6505-6516.
HU Wanjun, LIU Gang, ZHU Zhangchen, et al. Reduced order calculation method of steady temperature rise of oil immersed power transformer[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(16): 6505-6516.

[24] 荆澜涛，董雪情，杨　超，等. 面向数字孪生应用的变压器温度场有限元降阶建模方法研究[J]. 高电压技术，2023，49(6)：2408-2419.
JING Lantao, DONG Xueqing, YANG Chao, et al. Research on finite element reduced order modeling method of transformer temperature field for digital twin application[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(6): 2408-2419.

[25] PIERQUIN A, HENNERON T. Nonlinear data-driven model order reduction applied to circuit-field magnetic problem[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2021, 57(11): 7402509.

[26] 吴学红，陶文铨，吕彦力，等. 不可压缩流动问题快速计算的降阶模型[J]. 中国电机工程学报，2010，30(26)：69-74.
WU Xuehong, TAO Wenquan, LÜ Yanli, et al. Reduced order model for fast computation of incompressible fluid flow problem[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(26): 69-74.

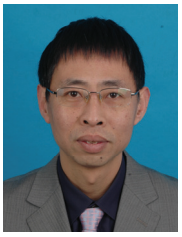
[27] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. I. Coherent structures[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1987, 45(3): 561-571.

[28] 蔡金锭，叶　荣，陈汉城. 回复电压多元参数回归分析的油纸绝缘老化诊断方法[J]. 电工技术学报，2018，33(21)：5080-5089.
CAI Jinding, YE Rong, CHEN Hancheng. Aging diagnosis method of oil-paper insulation based on multiple parameter regression analysis of recovery voltage[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(21): 5080-5089.

[29] 刘　刚，高成龙，胡万君，等. 基于改进的连续局部枚举采样和径向基函数响应面法的变压器静电环结构优化设计[J]. 电工技术学报，2023，38(23)：6266-6278.
LIU Gang, GAO Chenglong, HU Wanjun, et al. Optimized design of transformer electrostatic ring based on radial basis function response surface method with enhanced successful local enumeration sampling[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(23): 6266-6278.

[30] 隋允康，宇慧平. 响应面方法的改进及其对工程优化的应用[M]. 北京：科学出版社，2011：1-20.
SUI Yunkang, YU Huiping. Improvement of response surface method and its application to engineering optimization[M]. Beijing, China: Science Press, 2011: 1-20.

[31] 王奕玲. 基于 COMSOL 的大型油浸式变压器绕组温度场数值分析[D]. 天津：河北工业大学，2019.
WANG Yiling. Numerical analysis of winding temperature field for large oill-immersed transfoemer based on COMSOL[D]. Tianjin, China: Hebei University of Technology, 2019.



张重远
1969—，男，博士，教授
主要从事高电压与绝缘技术、电力系统电磁兼容方面的研究工作
E-mail: hvzzy_01@163.com

ZHANG Zhongyuan
Ph.D., Professor



刘　刚(通信作者)
1985—，男，博士，副教授，硕导
主要从事电气设备多物理场建模及仿真、电力系统时域仿真和电磁场理论及其应用方面的研究工作
E-mail: liugang_em@163.com

LIU Gang
Ph.D.
Associate professor
Corresponding author

收稿日期　2023-06-26　修回日期　2024-02-05　　编辑　卫李静